

Aufgabe 1

(10 Punkte)

Die folgende Kreuztabelle zeigt die gemeinsame Verteilung einer Stichprobe von $n = 233$ Haushalten auf die Merkmale Haushaltsgrösse (Anzahl im Haushalt lebender Personen) und Kanton.

		Haushaltsgrösse				
		1	2	3	4	5
Kanton	Basel-Stadt	46	28	10	8	3
	Uri	41	49	18	21	9

Markieren Sie die jeweils einzig korrekte Aussage. Numerische Werte sind zum Teil gerundet.

- a) Die mittlere Haushaltsgrösse (arithmetischer Mittelwert) der im Kanton Uri liegenden Haushalte in der Stichprobe beträgt: (2P)
- 1.88
 - 2.15
 - 1.38
 - 2.33
 - 0.77
- b) Welche einzige Aussage bezüglich der obigen Tabelle ist korrekt? (2P)
- 48% aller Haushalte in der Stichprobe liegen im Kanton Basel-Stadt und haben eine Haushaltsgrösse von 1 Person.
 - 64% der 3-Personen Haushalte in der Stichprobe liegen im Kanton Uri.
 - 88% der Basel-städtischen Haushalte in der Stichprobe bestehen aus weniger als 3 Personen.
 - Der Modus der Verteilung der Haushaltsgrössen im Kanton Basel-Stadt beträgt 2.
 - Der Median der Verteilung der Haushaltsgrössen im Kanton Uri beträgt 69.5.
- c) Die Stichprobenstandardabweichung der Grösse aller erhobener Haushalte beträgt: (2P)
- 1.23
 - 1.20
 - 1.10
 - 1.84
 - 1.84

- d) Die Verteilungen der Haushaltsgrösse in den Kantonen Uri und Basel-Stadt lässt sich am geeignetsten grafisch vergleichen in einem (2P)
- Streudiagramm.
 - Histogramm.
 - Liniendiagramm.
 - gepaarten Säulendiagramm.
 - Residuenplot.
- e) Welche (einzige) Aussage bezüglich der Streuung der Haushaltsgrösse der im Kanton Basel-Stadt liegenden Haushalte der Stichprobe lässt sich aus der obigen Kreuztabelle ableiten? (2P)
- Der Interquartilsabstand beträgt 4.
 - Das 25%-Quantil beträgt 1.
 - Das erste Quartil beträgt 24.
 - Die Standardabweichung der Haushaltsgrössen ist grösser als deren Spannweite.
 - Der Variationskoeffizient beträgt 1.71.

Platz für Notizen (ohne Bewertung)

Aufgabe 2

(10 Punkte)

Markieren Sie die jeweils einzig korrekte Aussage.

- a) Betrachten Sie die folgende Wahrscheinlichkeitstabelle für die Ereignisse A und B. (2P)

	A	\bar{A}
B	0.3	0.1
\bar{B}	0.4	0.2

Somit gilt:

- $P(A) = 0.3$
 - $P(A|B) = 3/7$
 - $P(A \cup B) = 0.8$
 - $P(B) = 0.6$
 - $P(A \cap B) = 0.8$
- b) In einem Zugabteil hat es 70 Plätze und 40 Personen. Wie viele mögliche Sitzordnungen gibt es? (2P)
- 70!
 - $40!/30!$
 - $70!/30!$
 - $70!/(30 \cdot 40)!$
 - $70!/((70 - 40)! \cdot 40!)$
- c) In einem Experiment wird eine faire Münze n -mal geworfen. Von Interesse sei X , die Anzahl der Ereignisse «Kopf». Die Varianz dieser Zufallsvariable X beträgt (2P)
- $p(1 - p)$
 - $p(1 - p)/n$
 - $p(1 - p)/\sqrt{n}$
 - $n / 4$
 - $n \cdot p$
- d) Der Basketballer Dirk N. hat eine feste Trefferquote von 0.9. Was ist die Wahrscheinlichkeit, dass er genau 8 Treffer bei 10 Versuchen erzielt? (2P)
- 19.37%
 - 80.62%
 - 4.74%
 - $0.9^8 + 0.1^2$
 - $0.9^8 \cdot 0.1^2$

e) Jede Binomialverteilung ist eindeutig bestimmt durch ihre beiden Parameter: die Erfolgswahrscheinlichkeit p und die Anzahl unabhängiger Versuche n . Für eine binomialverteilte Zufallsvariable X gelte $E(X) = 8$ und $Var(X) = 4.8$. Bestimmen Sie die fehlenden Parameter n und p . (2P)

- $n = 24, p = 0.4$
- $n = 40, p = 0.2$
- $n = 15, p = 0.6$
- $n = 20, p = 0.4$
- $n = 60, p = 0.1\bar{3}$

Platz für Notizen (ohne Bewertung)

Aufgabe 3

(10 Punkte)

In der Abbildung 1 sind die Wahrscheinlichkeitsdichten zweier stetiger Zufallsvariablen X und Y im Bereich $a \leq x \leq b$ dargestellt.

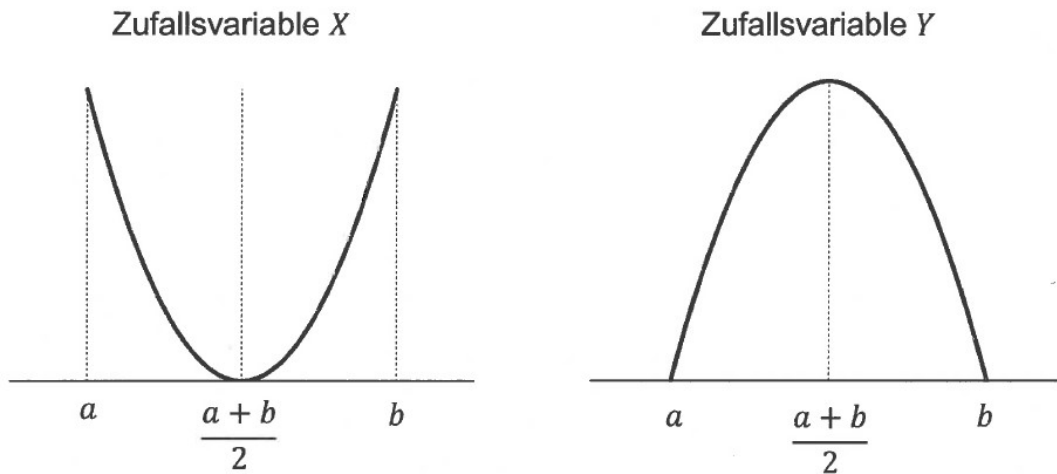


Abbildung 1.

Markieren Sie die jeweils einzig korrekte Aussage.

- a) (2P)
- Der Erwartungswert von X ist grösser als der Erwartungswert von Y .
 - Der Erwartungswert von Y ist grösser als der Erwartungswert von X .
 - Die Varianz von X ist grösser als die Varianz von Y .
 - Die Varianz von Y ist grösser als die Varianz von X .
 - Der Median von X ist grösser als der Median von Y .
- b) Die kumulative Verteilungsfunktion $F(x)$ für $a \leq x \leq b$ von Y ist (2P)
- $\frac{(x-a)^2(3b-a-x)}{(b-a)^3}$
 - $\frac{(x-a)^2(3b-a-2x)}{(b-a)^3}$
 - $\frac{(x+a)^2(3b-a-2x)}{(b-a)^3}$
 - $\frac{(x-a)^2(3b-a-2x)}{(b+a)^3}$
 - $\frac{(x-a)^2(2b-a-2x)}{(b-a)^3}$

- c) Für $a = 0$ und $b = 1$ ist die kumulative Verteilungsfunktion $F(x)$ für $0 \leq x \leq 1$ von X gegeben durch

$$F(x) = \frac{1}{2} - \frac{(1 - 2x)^3}{2}$$

- i. Das erste Quartil von X ist (gerundet) (2P)
- 0.001
 - 0.250
 - 0.136
 - 0.499
 - 0.103
- ii. $P(X > 0.7)$ ist (2P)
- 0.700
 - 0.532
 - 0.468
 - 0.500
 - 0.368
- d) Es sei nun $a = 0$ und $b = 50$. Aus der Verteilung von Y mit Varianz 125 entnehmen wir eine Zufallsstichprobe der Grösse 100. Die Wahrscheinlichkeit, dass der Stichprobenmittelwert kleiner als 24 ist beträgt ungefähr (2P)
- 0.950
 - 0.186
 - 0.500
 - 0.153
 - 0.089

Aufgabe 4

(10 Punkte)

Markieren Sie jeweils die einzig korrekte Antwort.

Angenommen, der Inhalt von Weinflaschen (in Milliliter) ist normalverteilt mit bekannter Varianz $\sigma^2 = 25$. Sie nehmen eine Zufallsstichprobe von Weinflaschen und messen deren Inhalt.

- a) Wie gross muss die Zufallsstichprobe an Weinflaschen sein, damit das 95%-Konfidenzintervall für den Mittelwert μ der Grundgesamtheit die *Breite 2* aufweist (gerundet)? (2P)
- $n = 10$
 - $n = 32$
 - $n = 48$
 - $n = 74$
 - $n = 96$
- b) Angenommen, der Stichprobenmittelwert der Zufallsstichprobe in Teilaufgabe a) beträgt $\bar{x} = 699$, und wir testen die Nullhypothese $H_0: \mu = 700$ vs. die Alternative $H_1: \mu \neq 700$. Der p -Wert der Teststatistik beträgt (gerundet): (2P)
- 0.01
 - 0.05
 - 0.09
 - 0.13
 - 0.16
- c) Welche Aussage über den p -Wert in Teilaufgabe b) ist korrekt? (2P)
- Der p -Wert ist die Wahrscheinlichkeit, dass wir $\mu = 700$ akzeptieren, obwohl $\mu \neq 700$.
 - Der p -Wert ist die Wahrscheinlichkeit, dass wir $\mu = 700$ akzeptieren, obwohl $\mu < 700$.
 - Der p -Wert ist die Wahrscheinlichkeit, dass wir $\mu = 700$ akzeptieren, obwohl $\mu > 700$.
 - Der p -Wert ist die Wahrscheinlichkeit, dass wir $\mu = 700$ ablehnen, obwohl $\mu = 700$.
 - Der p -Wert ist die Wahrscheinlichkeit, dass wir $\mu \neq 700$ ablehnen, obwohl $\mu = 700$.

- d) Was erzeugt einen kleineren Standardfehler des Stichprobenmittelwerts in den Teilaufgaben a) und b)? (2P)
- I. Eine grössere Stichprobe.
 - II. Eine kleinere Stichprobe.
 - III. Eine grössere Varianz der Grundgesamtheit.
 - IV. Eine kleinere Standardabweichung der Grundgesamtheit.
- (I) und (II).
- (II) und (III)
- (I) und (IV)
- (I) und (III)
- (II) und (IV)
-
- e) Angenommen, wir nehmen aus einer Grundgesamtheit hundert verschiedene Zufallsstichproben und berechnen hundert verschiedene 95%-Konfidenzintervalle für den Populationsmittelwert μ . Wie viele dieser hundert 95%-Konfidenzintervalle enthalten tatsächlich den Populationsmittelwert μ ? (2P)
- Genau 90.
- Genau 95.
- Genau 99.
- Genau 100.
- Diese Frage kann nicht beantwortet werden.

Aufgabe 5

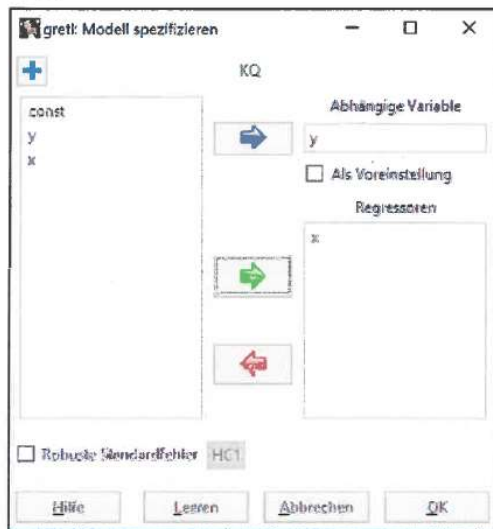
(10 Punkte)

Markieren Sie jeweils die einzig korrekte Antwort.

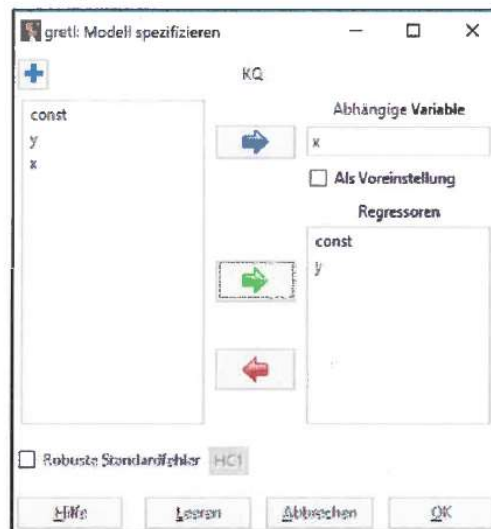
Wir schätzen das lineare Regressionsmodell $y = \beta_0 + \beta_1x + \varepsilon$ mit einer Zufallsstichprobe der Grösse $n = 1000$.

- a) Welche der folgenden gretl Spezifikationen ist richtig, wenn man das obige lineare Regressionsmodell schätzen will? (2P)

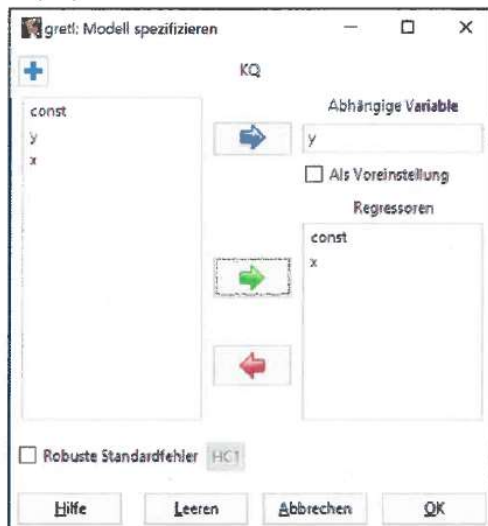
(I)



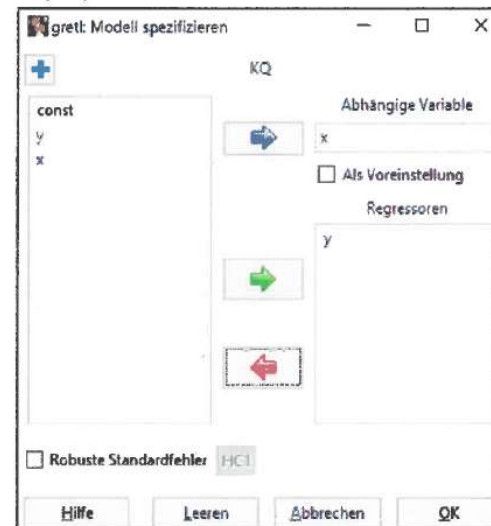
(II)



(III)



(IV)



- (I)
- (II)
- (III)
- (IV)
- Keine der obigen Spezifikationen ist korrekt.

b) gretl liefert die folgenden Regressionsergebnisse:

Datei Bearbeiten Tests Speichern Graphen Analyse LaTeX				
Modell 1: KQ, benutze die Beobachtungen 1-1000				
Abhängige Variable: y				
	Koeffizient	Std.-fehler	t-Quotient	p-Wert
const	10.5762	0.532699	19.85	3.45e-074 ***
x	0.989698	0.0103446	95.67	0.0000 ***
Mittel d. abh. Var.	59.38923	Stdabw. d. abh. Var.	15.43885	
Summe d. quad. Res.	23410.08	Stdfehler d. Regress.	4.843242	
R-Quadrat	0.901688	Korrigiertes R-Quadrat	0.901589	
F(1, 998)	9153.329	P-Wert (F)	0.000000	
Log-Likelihood	-2995.522	Akaike-Kriterium	5995.044	
Schwarz-Kriterium	6004.859	Hannan-Quinn-Kriterium	5998.774	

i. Die geschätzte Regressionsgerade $\hat{y} = 10.58 + 0.99x$ zeigt, dass: (2P)

- \hat{y} steigt um 0.99, wenn x um 1 sinkt.
- y steigt um 0.99, wenn x um 1 steigt.
- $y = 11.57$, wenn $x = 1$.
- $\hat{y} = 0.99$, wenn $x = 0$.
- $\hat{y} = 0.68$, wenn $x = -10$.

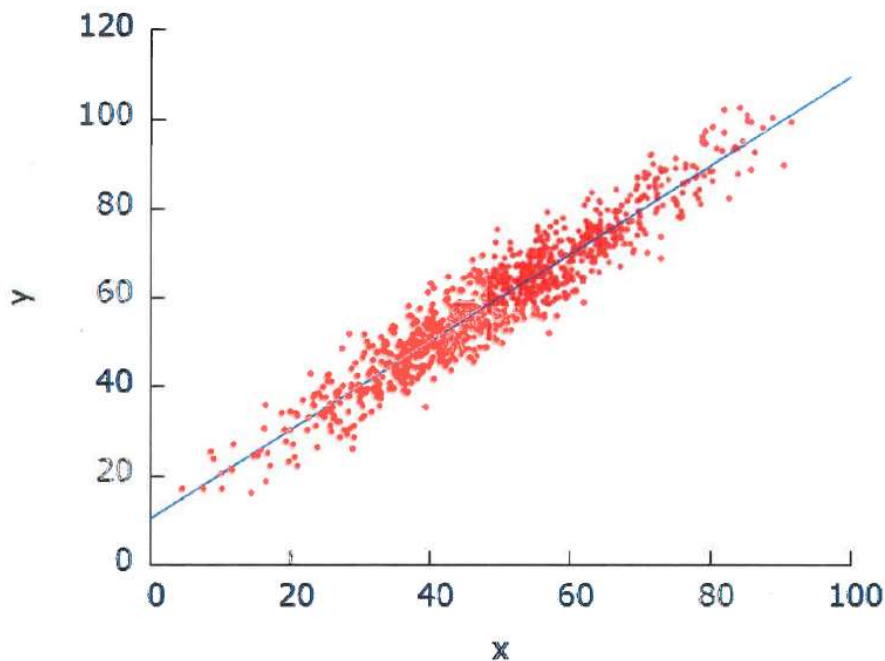
ii. Sie testen die Nullhypothese $H_0: \beta_0 = 10$ vs. die Alternative $H_1: \beta_0 \neq 10$. Der Wert der Teststatistik beträgt (gerundet): (2P)

- 0.83
- 1.08
- 3.76
- 19.85
- 95.67

iii. Welche Aussage über die Regressionsergebnisse ist richtig? (2P)

- Die Variablen x und y sind negativ korreliert.
- Der Korrelationskoeffizient von x und y ist 0.9.
- 90% der Variation von x kann durch die Variation von y erklärt werden.
- 10% der Werte von y können nicht durch x prognostiziert werden.
- Das 95%-Konfidenzintervall von β_1 schliesst 1 ein.

c) Das x-y-Streudiagramm der Daten (einschliesslich der geschätzten Regressionsgeraden) sieht folgendermassen aus: (2P)



Welche der Regressions-Annahmen (I) *Linearität*, (II) *Homoskedastizität* und (III) *keine Autokorrelation* sind erfüllt?

- (I), (II) und (III)
- Nur (I) und (II)
- Nur (I) und (III)
- Nur (II) und (III)
- Nur (I)

ENDE DER PRÜFUNG